



**University of
Zurich^{UZH}**

**Zurich Open Repository and
Archive**

University of Zurich
University Library
Strickhofstrasse 39
CH-8057 Zurich
www.zora.uzh.ch

Year: 2015

Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine Querschnittsstudie

Garrote, Ariana ; Moser Opitz, Elisabeth ; Ratz, Christoph

Abstract: Zum Erwerb von mathematischen Kompetenzen bei Lernenden mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (FGE) liegen im deutschsprachigen Raum kaum Studien vor. Zur teilweisen Schließung dieser Forschungslücke leistet dieser Artikel einen ersten Beitrag. Die mathematischen Kompetenzen von 109 Kindern und Jugendlichen mit dem FGE (6;0–18;0 Jahre) aus Deutschland und der Schweiz wurden mittels des Tests TEDI-MATH erhoben und anhand eines aktuellen Modells zur Zahlbegriffsentwicklung interpretiert. Zudem wurden die mathematischen Leistungen von Lernenden unterschiedlichen Alters und unterschiedlicher intellektueller Beeinträchtigung miteinander verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass sich der Test zum Einsatz im FGE eignet, allerdings Anpassungen notwendig sind. Es wird sichtbar, dass ein großer Teil der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE über bestimmte Basisfertigkeiten verfügt, dass die Kinder und Jugendlichen jedoch nur teilweise Einsicht über eine präzise Größenvorstellung verfügen. Das stellt sowohl didaktische Konzepte in Frage, die einseitig pränumerisches Arbeiten vorsehen, als auch solche, die auf das (abzählende) Rechnen fokussieren.

Posted at the Zurich Open Repository and Archive, University of Zurich

ZORA URL: <https://doi.org/10.5167/uzh-116053>

Journal Article

Published Version

Originally published at:

Garrote, Ariana; Moser Opitz, Elisabeth; Ratz, Christoph (2015). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. Eine Querschnittsstudie. *Empirische Sonderpädagogik*, 7(1):24-40.

Empirische Sonderpädagogik, 2015, Nr. 1, S. 24–40
ISSN 1869-4845 (Print) · ISSN 1869-4934 (Internet)

Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Eine Querschnittstudie

Ariana Garrote¹, Elisabeth Moser Opitz¹ & Christoph Ratz²

¹ Universität Zürich

² Universität Würzburg

Zusammenfassung

Zum Erwerb von mathematischen Kompetenzen bei Lernenden mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (FGE) liegen im deutschsprachigen Raum kaum Studien vor. Zur teilweisen Schließung dieser Forschungslücke leistet dieser Artikel einen ersten Beitrag. Die mathematischen Kompetenzen von 109 Kindern und Jugendlichen mit dem FGE (6;0–18;0 Jahre) aus Deutschland und der Schweiz wurden mittels des Tests TEDI-MATH erhoben und anhand eines aktuellen Modells zur Zahlbegriffsentwicklung interpretiert. Zudem wurden die mathematischen Leistungen von Lernenden unterschiedlichen Alters und unterschiedlicher intellektueller Beeinträchtigung miteinander verglichen. Die Ergebnisse zeigen, dass sich der Test zum Einsatz im FGE eignet, allerdings Anpassungen notwendig sind. Es wird sichtbar, dass ein großer Teil der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE über bestimmte Basisfertigkeiten verfügt, dass die Kinder und Jugendlichen jedoch nur teilweise Einsicht über eine präzise Größenvorstellung verfügen. Das stellt sowohl didaktische Konzepte in Frage, die einseitig pränumerisches Arbeiten vorsehen, als auch solche, die auf das (abzählende) Rechnen fokussieren.

Schlüsselwörter: Intellektuelle Beeinträchtigung, geistige Behinderung, Förderschwerpunkt geistige Entwicklung, mathematische Kompetenzen, Zahlbegriff, Zählen

The mathematical competences of students with mild to moderate intellectual disabilities: A cross-sectional study

Abstract

There has been little research on the mathematical competence of students with mild to moderate intellectual disabilities (ID) in the German-speaking countries. This article offers new insights into this topic. The mathematical competence of 109 German and Swiss children and adolescents with ID (age 6;0–18;0) was evaluated with the test TEDI-MATH. The interpretation of the results is based on a current model of the development of quantity-number competencies. Furthermore, the mathematical competences were compared with one another, referring to school age groups and grades of ID. Results show that TEDI-MATH turns out to be suitable for students with ID. A large share of students with ID show basic mathematical skills, but only partially insight into precise quantity perceptions. These results question those current concepts which advise the training of skills like classification and seriation or, otherwise, of routinized counting techniques, to solve arithmetical problems.

Keywords: Intellectual disability, mathematical competence, number sense, counting competence

Das mathematische Lernen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (FGE) ist immer noch wenig erforscht und die wenigen vorliegenden didaktischen Konzepte verfolgen unterschiedliche Zielsetzungen. Einerseits werden Ansätze präferiert, die, in Anlehnung an das Zahlbegriffskonzept von Piaget, sogenannte pränumerische Aktivitäten (Klassifikation, Seriation, Mengeninvarianz, usw.) als Voraussetzung für den Zahlbegriffserwerb betrachten (z.B. de Vries, 2014) und die Auseinandersetzung mit numerischen Inhalten zurückstellen. Andererseits gibt es mehrere Konzepte, die einseitig das Bearbeiten von Additions- und Subtraktionsaufgaben gewichten und dazu Abzählhilfen in der Form von „Zahlbildern“, d.h. statischen Darstellungen der Mengen 1 – 10 mit farbigen Punkten o.ä., einsetzen. Beispiele dafür sind „Numicon“ (Atkinson, 2006), „Rechnen ohne Stolperstein“ (Kistler, Schneider & Zeller, 2010), „Yes, we can!“ (Verein Hand in Hand, 2011) oder die „Kieler Zahlenbilder“ (Rosenkranz, 1992). Beide Vorgehensweisen sind auf der Grundlage von aktuellen Forschungsergebnissen kritisch zu betrachten. Zum einen haben Forschungsarbeiten aus den letzten Jahrzehnten gezeigt, dass den pränumerischen Kompetenzen nicht die Bedeutung für den Zahlbegriffserwerb zukommt, die ihnen viele Jahre lang zugeschrieben worden ist (zusammenfassend siehe Moser Opitz, 2008). Als bedeutsam für die mathematische Entwicklung haben sich vielmehr spezifisch numerische Vorkenntnisse (der sogenannte „number sense“) und insbesondere die Zählkompetenzen erwiesen (z.B. Desoete, Ceulemans, Roeyers & Huylebroeck, 2009; Jordan, Glutting & Ramineni, 2010; Krajewski & Schneider, 2009). Zum anderen weisen Ergebnisse einer eigenen Pilotstudie (Moser Opitz, Garrote & Ratz, 2014) darauf hin, dass Konzepte, die einseitig das Abzählen von Rechenoperationen an Zahlbildern betonen, den mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit dem FGE nur ungenügend Rechnung tragen, da wichtige Ziele mathematischer Bildung und insbesondere die Erarbeitung der Vorausset-

zungen für das Addieren und Subtrahieren außer Acht gelassen werden. Viele der bisher zitierten Forschungsergebnisse zum Zahlbegriffserwerb beziehen sich allerdings auf Stichproben aus dem Regelbereich, Studien zum FGE fehlen. Um diese Forschungslücke zu schließen soll hier ein Beitrag geleistet werden, indem die mathematischen Kompetenzen einer größeren Stichprobe von Lernenden mit dem FGE beschrieben und auf dem Hintergrund eines Modells zur Zahlbegriffsentwicklung aus dem Regelbereich interpretiert werden. Dabei interessiert insbesondere, ob sich Unterschiede zwischen Schülerinnen und Schülern aus verschiedenen Altersgruppen und zwischen Lernenden mit unterschiedlichen Graden intellektueller Beeinträchtigung (IB) zeigen.

Entwicklung numerischer Kompetenzen

Zur Entwicklung des Zahlbegriffs liegen verschiedene Modelle vor (z.B. Baroody, 1999; Fritz & Ricken, 2008), die alle davon ausgehen, dass sich das Zahlverständnis über das Zählen und den Umgang mit Zahlen entwickelt. Die vorliegende Studie stützt sich auf das überarbeitete Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung (ZGV-Modell) von Krajewski und Ennemoser (2013). Es handelt sich um ein Entwicklungsmodell, das die Einsicht in das kardinale Zahlverständnis als einen fortschreitenden Prozess versteht, der zuerst in einem kleineren Zahlenraum stattfindet und dann auf höhere Zahlenräume übertragen wird.

Das Modell sieht drei Ebenen vor (vgl. Abb. 1), auf denen jeweils Teilkompetenzen verankert sind. Diese liegen zunächst isoliert vor und werden sukzessive zu Kompetenzen auf einer höheren Ebene miteinander verknüpft. Auf der Ebene der Basisfertigkeiten liegt zum einen die angeborene Fähigkeit, Mengen aufgrund ihrer unterschiedlichen Ausdehnung oder Fläche bzw. ihres Volumens grob voneinander zu unterscheiden, zum anderen die Kenntnis der Zahlwörter bzw. der Erwerb der Zahlwortreihe, letzteres

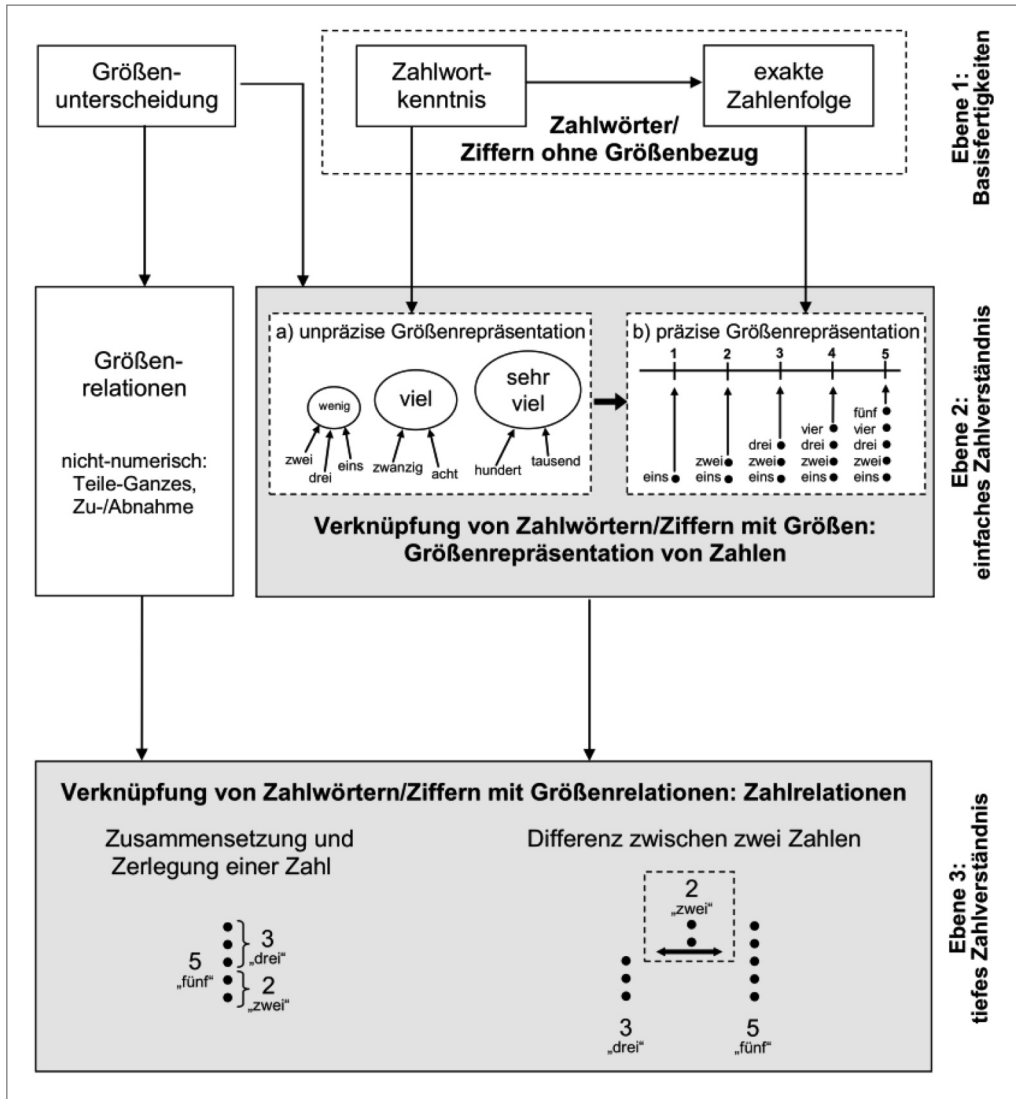


Abbildung 1: Modell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski (Krajewski & Ennemoser, 2013, 43)

jedoch ohne kardinales Verständnis. Aus diesen Teilkompetenzen kann das einfache Zahlverständnis auf Ebene 2 entstehen, bei dem Zahlwörter mit Mengen verknüpft werden. Das heißt, die Kinder erwerben beispielsweise das Verständnis dafür, dass eins oder zwei „wenig“ und hundert und tausend „sehr viel“ ist. Diese Einsicht ist auch möglich, wenn die Zahlwortreihe bis 100 noch nicht beherrscht wird. In einem zweiten Schritt entwickelt sich das präzise Anzahl-

konzept bzw. das kardinale Verständnis von Zahlen, das die Vorstellung beinhaltet, dass zum Zahlwort „Vier“ genau vier Elemente gehören, und dass die Anzahl der Elemente mit jedem neu dazu kommenden Zahlwort um eins zunimmt („n + 1-Strategie“). Auf Ebene 3 wird das relationale Zahlverständnis erworben, d.h. die Einsicht in Zahlbeziehungen. Dazu gehören die Zerlegung und Zusammensetzung von Zahlen (z.B. 5 setzt sich aus 2 und 3 zusammen) sowie die Differenz zwi-

schen zwei Zahlen (z.B. der Unterschied zwischen 3 und 5 ist 2). Diese Einsicht in die Beziehung zwischen einem Ganzen und seinen Teilen gilt als wichtige Voraussetzung für den Erwerb der Addition und Subtraktion (Ennemoser & Krajewski, 2007; Langhorst, Ehlert & Fritz, 2012).

Das Modell ist zwar hierarchisch gezeichnet, versteht sich aber nicht als starre Entwicklungslogik. Zudem spielt auch eine Rolle, in welcher Repräsentationsform die Aufgaben gestellt werden. So kann eine bestimmte Kompetenz beispielsweise handelnd bereits erworben sein, in einer abstrakteren Form jedoch noch nicht. Das „Kernstück“ des Modells ist die Entwicklung des präzisen Zahlverständnisses auf Ebene 2. Dieses stellt eine unabdingbare Voraussetzung dar für den Erwerb der Grundoperationen und gilt als Prädiktor für die weitere mathematische Entwicklung. Diese Schwerpunktsetzung macht das Modell interessant für die Beschreibung von mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit dem FGE, da mathematische Kompetenzen auf einem basalen Niveau differenziert analysiert werden können.

Forschungsstand

Die Gründe für die auffallend geringe Forschungstätigkeit im FGE sind vielfältig. Die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE ist ausgesprochen heterogen. Caffrey und Fuchs (2007) halten auf der Grundlage eines Forschungsüberblicks fest, dass sich die mathematischen Leistungen von Kindern mit einer Lernbehinderung (Learning Disability) und einer leichten geistigen Behinderung (MMR, Mild Mental Retardation) zwar unterscheiden, dass eine generelle Typisierung, und damit verbunden auch generelle Aussagen zur Förderung, jedoch schwierig sind. Zudem ergeben sich Herausforderungen bezüglich der Erfassung von Kompetenzen und Fähigkeiten. Nur wenige Intelligenztests sind unterhalb der zweiten Standardabweichung zuverlässig normiert und für die Diagnose von mathematischen Kompetenzen gibt es kaum geeignete Instru-

mente. Auch ist aufgrund von verschiedenen Benachteiligungen der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE (Konzentrationsprobleme, sprachliche Beeinträchtigungen) oft keine standardisierte Testdurchführung gewährleistet.

Weiter spielen Aspekte wie das Verhalten im sozialen und emotionalen Bereich oder extreme sozio-kulturelle Entwicklungsbedingungen eine Rolle. Zudem häufen sich die Belege dafür, dass einzelne genetische Syndrome Entwicklungsbedingungen generieren, die zu spezifischen Kompetenzprofilen führen können (für das Williams-Beuren-Syndrom, vgl. Ansari et al., 2003; für das Down-Syndrom, vgl. Ratz, 2013 oder für das Fragile-X-Syndrom, vgl. Murphy, 2009). Trotz dieser Schwierigkeiten gibt es einige Erkenntnisse zu den mathematischen Kompetenzen von Lernenden mit dem FGE. Wir beschränken uns im Folgenden auf Untersuchungen, die sich mit der Zahlbegriffsentwicklung befassen und verzichten auf die Darstellung von Interventionsstudien.

In mehreren Untersuchungen wird der Frage nachgegangen, ob die Schwierigkeiten von Schülerinnen und Schülern mit dem FGE beim Mathematiklernen als Entwicklungsverzögerung zu verstehen sind, oder ob es sich um Prozesse handelt, die sich spezifisch im FGE zeigen. Bashah, Outhred und Bochner (2003) untersuchten das Verständnis der Zählprinzipien und des kardinalen Verständnisses an einer Stichprobe von Lernenden im Alter von sieben bis 18 Jahren (IQ zwischen 36 und 54). Sie stellten fest, dass die gleichen Phasen der Zählentwicklung zu beobachten sind wie bei Kindern ohne Beeinträchtigungen. Eine belgische Forschergruppe (Brankaer, Ghesquière & de Smedt, 2011, 2013) untersuchte die Fähigkeit zur Verarbeitung von Zahlen und Anzahlen bei Kindern und Jugendlichen mit leichter intellektueller Beeinträchtigung (IQ zwischen 55 und 75) und von zwei Kontrollgruppen. Eine dieser Gruppen war bezüglich des chronologischen Alters mit der Gruppe der Kinder mit IB vergleichbar, bei der anderen handelte es sich um jüngere Kinder mit vergleichbaren mathemati-

schen Kompetenzen. Brankaer et al. (2013) kommen zum Schluss, dass sich in allen Gruppen dieselben Prozesse zeigen bzw., dass die Entwicklung der Kinder mit IB verzögert und nicht grundsätzlich anders verläuft. Sie folgern, dass es für diese Lernenden wichtig sei, bereits zu einem frühen Zeitpunkt Lernangebote zu machen, bei denen Zahlen und Anzahlen verknüpft werden müssen. Zu dieser Studie muss kritisch angemerkt werden, dass es sich zumindest teilweise um Kinder mit einer leichten IB handelte (IQ Kriterium < 75) und dass Kinder mit einem spezifischen Syndrom, von dem bekannt ist, dass es zu besonderen mathematischen Schwierigkeiten führt, nicht in die Untersuchung einbezogen waren. Das heißt, dass bezüglich der ökologischen Validität Einbußen in Kauf genommen wurden und ein großer Teil der Lernenden mit IB aus den Überlegungen ausgeschlossen worden sind.

Ratz (2012) befragte Lehrkräfte zu den Zählkompetenzen ihrer Schülerinnen und Schüler (alle IB-Bereiche, Altersgruppe 6 – 21 Jahre). Mit Bezug auf das Modell zur Zählentwicklung von Fuson (1988) zeigte sich, dass 24.4 % der Lernenden überhaupt nicht zählen, 7.2 % die Zahlwortreihe als „Vers“ (Ganzheitsauffassung), 28.9 % die unflexible Zahlwortreihe, 10.6 % die flexible Zahlwortreihe sowie 20.3 % die vollständig reversible Zahlwortreihe beherrschen. 14.3 % aller Schülerinnen und Schüler mit dem FGE können nach Aussagen der Lehrpersonen mit Material bis 10 addieren und 12.1 % können in diesem Zahlenraum im Kopf rechnen.

In einer explorativen Studie wurden die mathematischen Kompetenzen von 16 Kindern mit dem FGE mit einer leichten bis mittelgradigen IB und einem Durchschnittsalter von 7;7 Jahren (7;5 – 8;7) mit dem Test TEDI-MATH (Kaufmann, Nuerk, Graf, Krinzing, Delazer & Willmes, 2009) untersucht (Moser Opitz, Garrote & Ratz, 2014). Die Kinder mit dem FGE lösten im Durchschnitt etwas mehr als 40 % aller altersentsprechenden Aufgaben, und zwar, mit Bezugnahme auf das Modell von Krajewski, insbesondere im Bereich der Basisfertigkeiten (Zahlwortreihe aufsa-

gen, Zahlwörter von anderen Wörtern unterscheiden, Größenvergleich von Zahlen und Zahlwörtern, usw.). Hingegen wurden Aufgaben zum tiefen Zahlverständnis, die als Voraussetzung für das Verstehen von Addition und Subtraktion gelten, nur vereinzelt gelöst. Das heißt, dass die Kinder mit dem FGE in der Schuleingangsphase einerseits über weit höhere numerische Kompetenzen zu verfügen scheinen, als in den Konzepten, die sich auf das Fördern der Pränumerik beziehen, vorgesehen ist. Andererseits zeigen die Daten, dass nur wenige Schülerinnen und Schüler Zahlrelationen verstehen und somit eine Minderheit der Lernenden mit dem FGE über die Voraussetzungen zum Addieren und Subtrahieren zu verfügen scheint. Das steht im Widerspruch zu den didaktischen Konzepten, die auf diese Fertigkeiten den Schwerpunkt legen.

Fragestellung

Auf dem Hintergrund des Forschungsstandes werden folgende Fragen untersucht:

- Welche arithmetischen Kompetenzen zeigen Lernende mit einer leichten und mittelgradigen IB?
- Zeigen sich Leistungsunterschiede zwischen Lernenden mit einer leichten und einer mittelgradigen IB?
- Zeigen sich Leistungsunterschiede zwischen jüngeren und älteren Lernenden mit einer leichten und mittelgradigen IB?
- Inwiefern lassen sich die arithmetischen Kompetenzen der Lernenden mit einer IB auf dem Hintergrund des Modells zur Zahlbegriffsentwicklung von Krajewski & Ennemoser (2013) interpretieren?
- Inwiefern eignet sich der eingesetzte Test (TEDI-MATH, Kaufmann et al., 2009) zur Erfassung der arithmetischen Kompetenzen der Lernenden mit einer leichten und mittelgradigen IB?

Methode

Instrumente

Zur Erfassung der numerischen Kompetenzen wurde der Test TEDI-MATH (Kaufmann et al., 2009) eingesetzt. Er fußt auf dem Triple-Code-Modell von Dehaene sowie auf Erkenntnissen zur Zahlbegriffsentwicklung (vgl. ebd., 19ff.). Eine deutsche Normierung liegt für die Altersspanne vom vorletzten Kindergartenjahr bis zum Ende des ersten Schulhalbjahres der dritten Klasse vor. Mit dem Instrument kann somit ein breites Spektrum von mathematischen Kompetenzen überprüft werden. Im Gegensatz zu den meisten mathematischen Tests ist er zudem nicht curricumbasiert – eine wichtige Voraussetzung für den Einsatz bei Schülerinnen und Schülern, die nicht nach Regelschullehrplänen unterrichtet werden. Der Test beinhaltet 28 Subtests bzw. inhaltliche Bereiche¹ mit insgesamt 303 Items und umfasst den Zahlenraum bis 6000. Um möglichst umfassende Informationen zu erhalten, wurden den Lernenden mit dem FGE, unter Berücksichtigung des jeweils geltenden Abbruchkriteriums, alle Aufgaben vorgelegt. In die Analysen einbezogen wurden größtenteils nur die Aufgaben im Zahlenraum bis 20 (siehe Abschnitt Methoden). Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Subtests, die Anzahl der für die Analysen verwendeten Items und die Anzahl Items der Originalversion.

Die Testdurchführung erfolgte in der Einzelsituation an zwei Sitzungen (jeweils ca. 45 Minuten). Cronbachs Alpha für die einzelnen Subtests liegt, mit Ausnahme von Subtest 5, 14 und 15, zwischen .70 und .98 und entspricht somit den Anforderungen. Für den Subtest 5 (Zahlwörter von anderen Wörtern unterscheiden) liegt Cronbachs Alpha bei .57. Bei dieser Aufgabe müssen Zahlwörter (sieben, elf) von anderen Wörtern (Sonntag, Juli) und „Fastzahlwörtern“ (zweizehn, dröfl) unterschieden werden. Dies stellte hohe An-

Tabelle 1: Übersicht über die Bereiche des TEDI-MATH

Subtests TEDI-MATH (Anzahl verwendete Items für die Analyse /Anzahl Items pro Subtest im Original)	
1	Zählprinzipien (12/13)
2	Abzählen (9/13)
3	Entscheidung arabische Zahl (8/8)
4	Größenvergleich arabische Zahlen (6/18)
5	Zahlwörter von anderen Wörtern unterscheiden (7/12)
6	Zahlwörter erkennen (0/12)
7	Größenvergleich Zahlwörter (7/21)
8	Repräsentation Dezimalsystem mit Stäbchen: Einer und Zehner zusammenfügen, bündeln und entbündeln (11/11)
9	Repräsentation Dezimalsystem mit Plättchen (10/10)
10	Einer-, Zehner- und Hunderterstellen erkennen (15/15)
11	Zahlen schreiben nach Diktat (0/28)
12	Zahlen lesen (8/28)
13	Karten mit Objekten nach numerischer Größe ordnen (2/2)
14	Zahlen nach num. Größe ordnen (1/1)
15	Karten mit einer unterschiedlichen Anzahl von Objekten klassifizieren (0/1)
16	Mengeninvarianz (2/2)
17	Numerische Inklusion (3/3)
18	Additive Zerlegung (6/6)
19	Rechnen mit Objektabbildungen (6/6)
20	Addition (10/18)
21	Unvollständige Addition (4/4)
22	Subtraktion (7/15)
23	Unvollständige Subtraktion (4/4)
24	Multiplikation (0/14)
25	Textaufgaben (0/12)
26	Beziehung zwischen Rechnungen erkennen (0/8)
27	Größenvergleich von Punktmenge (6/6)
28	Numerische Distanz (8/12)

¹ Wir bezeichnen im Folgenden die verschiedenen Inhaltsbereiche als Subtests, obwohl zwei Bereiche (14 und 15) nur aus jeweils einem Item bestehen.

forderungen an die sprachlichen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler und kann zur geringen Reliabilität geführt haben. Die Subtests 14 und 15 bestehen nur aus einem Item, zudem stellt der Subtest 15 hohe Anforderungen bezüglich der visuellen Differenzierung. Die Daten der Subtests 5 und 14 (Zahlen ordnen) werden trotz des geringen Cronbachs Alpha Werts in die Analysen einbezogen, da es sich aus theoretischer Perspektive um wichtige Bereiche handelt. Die Ergebnisse werden jedoch mit der gebotenen Vorsicht interpretiert. Subtest 15 wird aus dem Datensatz entfernt.

Da es aus forschungsökonomischen Gründen nicht möglich war, mit den Probandinnen und Probanden einen Intelligenztest durchzuführen, wurden die Lehrpersonen gebeten, die Intelligenzbeeinträchtigung in den Kategorien der ICD-10 (leichte, mittelgradi-

ge, schwere und schwerste IB) auf der Grundlage der vorhandenen diagnostischen Gutachten einzuschätzen.

Stichprobe

Die Stichprobe besteht aus 31 Lernenden mit dem FGE aus Deutschland (ausschließlich separative Beschulung) und 78 Lernenden mit dem FGE aus der Schweiz (18 Lernende werden inklusiv geschult, 60 Lernende aus der Schweiz besuchen eine Sonderschule, welche der Förderschule mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung entspricht).

Das Alter der Lernenden reicht von 6;0 bis 18;0 Jahre. Es wurden, unabhängig von den üblichen Stufenbezeichnungen in den zwei Ländern, drei Altersgruppen gebildet: 6;0 bis 9;11 Jahre (Schuleingangsphase), 10;0

Tabelle 2: Beschreibung der Stichprobe

	Anzahl		Alter (Monate)	
	<i>n</i>	%	<i>M</i>	<i>SD</i>
Geschlecht				
männlich	67	61.5	133.73	34.28
weiblich	42	38.5	136.48	34.33
Altersgruppen				
AG 1 (72 – 119 M)	43	39.4	101.72	11.13
– leichte IB	32	74.4	101.09	11.23
– mittelgradige IB	10	23.3	103.00	11.58
– schwere IB	1	2.3	109.00	-
AG 2 (120 – 155 M)	37	33.9	137.43	10.48
– leichte IB	27	73.0	137.19	10.05
– mittelgradige IB	9	24.3	138.89	12.56
– schwere IB	1	2.7	131.00	-
AG 3 (156 – 216 M)	29	26.6	180.45	18.10
– leichte IB	20	69.0	179.25	18.87
– mittelgradige IB	9	31.0	183.11	17.00
– schwere IB	-	-	-	-
D	31	28.4	128.19	32.34
CH	78	71.6	137.41	34.71
Total	109	100	134.79	34.16

bis 12;11Jahre (Mittelstufe) und 13;0 bis 18;0 Jahre (Oberstufe). Die Lehrpersonen schätzten bei 79 Lernenden eine leichte, bei 28 Lernenden eine mittelgradige und bei zwei Lernenden eine schwere intellektuelle Beeinträchtigung ein. Tabelle 2 gibt einen Überblick über die Stichprobenmerkmale.

Methoden

Ziel der vorliegenden Analysen ist es, die mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE anhand der Ergebnisse des TEDI-MATH zu beschreiben und unter Bezugnahme auf das Entwicklungsmodell von Krajewski und Ennemoser (2013) zu analysieren. Zu diesem Zweck mussten verschiedene Anpassungen der Daten vorgenommen werden (Tabelle 3), insbe-

sondere auch, weil der verwendete Test Aufgaben in einem sehr großen Zahlenraum stellt. Krajewski und Ennemoser (2013) weisen darauf hin, dass die Verknüpfung von Zahlen und Zahlwörtern mit Anzahlen zuerst im kleinen Zahlenraum stattfindet und anschließend in höhere Zahlenräume übertragen wird. Wir haben deshalb für die hier beschriebenen Analysen bei acht Subtests nur die Aufgaben aus dem Zahlenraum bis 20 ausgewählt. Dies erlaubt, Aussagen zum Zahlverständnis im kleinen Zahlenraum zu machen.² Subtests, die nur von einzelnen Lernenden bearbeitet worden sind, Subtests und einzelne Items mit hohen sprachlichen Anforderungen sowie Subtest und Items, die mehrere Kompetenzen überprüfen (z.B. Grafomotorik und numerische Kenntnisse beim Schreiben von Zahlen), wurden ausgeschlos-

Tabelle 3: Angepasste und ausgeschlossene Subtests und Items

Anpassungen	Subtests und Items
Ausschluss von Items mit Aufgaben im Zahlenraum > 20	Vorwärts zählen bis 31 [1.1], <i>Größenvergleich arabischer Zahlen</i> [4], <i>Zahlwörter von anderen Wörtern unterscheiden</i> [5], <i>Größenvergleich Zahlwort</i> [7], <i>Zahlen lesen</i> [12], <i>Addition</i> [20], <i>Subtraktion</i> [22], <i>Numerische Distanz</i> [28]
Ausschluss von Subtests mit hohem Schwierigkeitsgrad	Klassifizieren nach numerischer Grösse [15], <i>Multiplikation</i> [24], <i>Arithmetische Konzepte</i> [26]
Ausschluss von Subtests und Items, die mehrere Kompetenzen überprüfen	<i>Zahlen schreiben</i> [12], 2.1.3; 2.2.3; 2.5; 2.6
Ausschluss von Subtests mit hohen sprachlichen Anforderungen	<i>Zahlwortsyntax</i> [6]: „Ich habe <i>einshundert</i> Murmeln. Kann man das so sagen?“, <i>Textaufgaben</i> [25]
Ausschluss von Items mit „Fastzahlwörtern (<i>drölf</i> , <i>zweizehn</i>)“	<i>Entscheidung Zahlwort</i> [5]
Aufteilung in neue Subtests	<ul style="list-style-type: none"> – 1a Vorwärts zählen in Einerschritten [1.2] – 1b Weiter zählen, rückwärts zählen [1.3; 1.4; 1.6] – 1c Zählen in Schritten > 1 [1.5; 1.7] – 2a Abzählen: <i>Zählakt</i> [2.1.1; 2.2.1; 2.3.1; 2.4.1] – 2b Abzählen: <i>Nennung Anzahl</i> [2.1.2; 2.2.2; 2.3.2; 2.4.2; 2.7] – 8.1 Zehner und Einer zusammenfügen [8.1] – 8.2 Bündeln [8.2] – 8.3 Entbündeln [8.3]

² Bei Subtest 9 (Repräsentation Dezimalsystem mit Plättchen) und Subtest 10 (Einer-, Zehner- und Hunderterstellen erkennen) wurde der Zahlenraum nicht eingeschränkt, da die Aufgaben nur im Tausenderraum sinnvoll bearbeitet werden können.

sen. Drei Subtests wurden in acht neue Subtests aufgeteilt.

Cronbachs Alpha liegt für die meisten angepassten Subtests zwischen .75 und .95. Bei drei Subtests ist die Reliabilität ungenügend (in der Tabelle 3 kursiv markiert)³. Bei den Subtests 4 und 5 könnte die niedrige Reliabilität mit dem Umstand zusammenhängen, dass die einzelnen Items mit 50% Ratewahrscheinlichkeit richtig gelöst werden können (hohe Ratewahrscheinlichkeit auch bei den Subtests 3, 7, 27 und 28). Bei der Interpretation der Ergebnisse werden sowohl die niedrige Reliabilität als auch das Problem der Ratewahrscheinlichkeit berücksichtigt und diskutiert.

Im Folgenden werden zum einen Lösungswahrscheinlichkeitsanalysen durchgeführt und zum anderen erfolgen Gruppenvergleiche (Alter, Schweregrad der IB). Wir tun dies der besseren Nachvollziehbarkeit wegen mit zwei Ergebnis- und Diskussionsteilen: Zuerst werden die Ergebnisse der Gesamtstichprobe analysiert und mit Blick auf das ZGV-Modell diskutiert, anschließend erfolgt die Darstellung der Gruppenvergleiche sowie die Gesamtdiskussion. Ergebnisse zum

Vergleich mit der Normstichprobe des TEDI-MATH sind in Moser Opitz, Garrote und Ratz (2014) dargestellt.

Bezüglich der Analysen zeigt sich folgende Schwierigkeit: Die Anzahl und Schwierigkeit der Items pro Subtest im TEDI-MATH ist sowohl in der Originalversion als auch in der von uns angepassten Form sehr unterschiedlich (siehe Tabelle 1). Wir beschränken uns deshalb auf die Darstellung der mittleren Lösungswahrscheinlichkeiten (arithmetisches Mittel) bezogen auf die Items der Subtests. Die Items sind alle mit den Werten 0 und 1 codiert, wodurch der Mittelwert als Anteil der richtig gelösten Aufgaben gelesen werden kann.

Ergebnisse

Beschreibung der Kompetenzen der Lernenden

In einem ersten Schritt werden Ergebnisse zu den einzelnen (angepassten) Subtests für die Gesamtstichprobe unter Berücksichtigung des ZGV-Modells beschrieben.

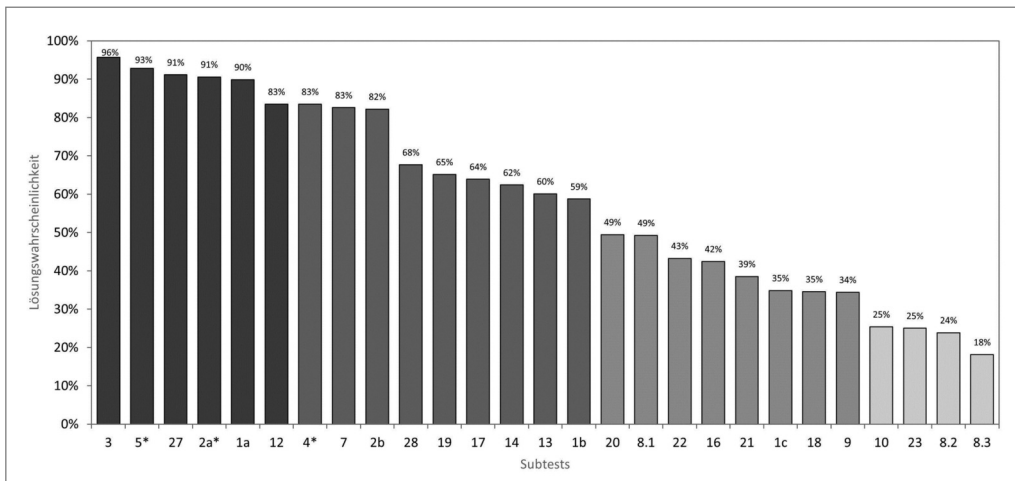


Abbildung 2: Subtests nach der Lösungswahrscheinlichkeit geordnet (niedrige Cronbachs Alpha sind mit * gekennzeichnet)

³ Abzählen: Zählakt [2a] (Cronbachs Alpha .69), Größenvergleich arabische Zahlen [4] (Cronbachs Alpha .66) und Entscheidung Zahlwort [5] (Cronbachs Alpha .58).

In der Abbildung 2 sind die Subtests nach der Lösungswahrscheinlichkeit sortiert dargestellt und auf der Grundlage des ZGV-Modells in vier Bereiche eingeteilt⁴. Zum Bereich 1 (Basisfertigkeiten) gehören die Subtests Entscheidung arabische Zahl [3], Zahlwörter von anderen Wörtern unterscheiden [5], Größenvergleich von Punktmengen [27], Abzählen: Zählakt [2a], vorwärts zählen bis 9 [1a] und Zahlen lesen [12]. Abgesehen vom Zahlen lesen beträgt die Lösungswahrscheinlichkeit bei allen Subtests über 90%. Es handelt sich hier somit um basale Kompetenzen, über die der größte Teil der untersuchten Schülerinnen und Schüler verfügt.

Bereich 2 umfasst Aufgaben, bei denen die Zuordnung von Mengen und Zahlen notwendig ist. Die Subtests Größenvergleich von arabischen Zahlen [4], Größenvergleich Zahlwörter [7] und Abzählen: Nennung Anzahl [2b] lassen sich der Ebene 2a im ZGV-Modell zuordnen (unpräzise Größenrepräsentation). Die Lösungswahrscheinlichkeit beträgt jeweils etwas mehr als 80%. Deutlich schwieriger (Lösungswahrscheinlichkeit zwischen 68% und 59%) sind die Subtests Numerische Distanz [28], Rechnen mit Objektabbildungen [19], Numerische Inklusion [17], Karten mit Objekten nach Anzahl ordnen [13], Zahlen nach numerischer Größe ordnen [14] sowie weiter zählen und rückwärts zählen [1b]. Hier handelt es sich größtenteils um Aufgaben, die eine präzise Größenrepräsentation (Ebene 2b im ZGV-Modell) erfordern, beispielsweise wenn Zahlen oder Anzahlen in die richtige Reihenfolge ge-

bracht werden müssen. Interessant ist, dass die Aufgabe zum flexiblen Zählen („Zähle von drei an vorwärts.“) und zum rückwärts zählen in diesem Bereich (und nicht bei den Basisfertigkeiten) liegt. Mögliche Gründe dafür werden im Diskussionsteil dargelegt.

Zum Bereich 3 (Lösungswahrscheinlichkeit 49% bis 34%) gehören die Subtests, die in Tabelle 4 aufgeführt sind. Diese können, teilweise in Abhängigkeit von der Repräsentationsform, der präzisen Größenrepräsentation und den Anzahlrelationen (Ebene 3 im ZGV-Modell) zugeteilt werden. Die Subtests, bei denen es um das Rechnen geht, ordnen wir nicht dem Modell zu, sondern stellen diese als separate Kategorie dar.

Das Zählen in Schritten grösser als eins [1c] und die Darstellung von Zahlen mit Stäbchen [8.1] erfordern eine präzise Größenrepräsentation, wobei letzteres besondere Anforderungen verlangt, da Zehnerbündel als Arbeitsmittel verwendet und interpretiert werden müssen. Der Subtest 18 zur additiven Zerlegung (z.B. die Anzahl sechs unterschiedlich zerlegen) und die Darstellung von Zahlen mit unterschiedlich großen Plättchen [9] bedingen ein relationales Zahlverständnis.

Zum Bereich 4 (Lösungswahrscheinlichkeit 25% bis 18%) gehören die Subtests Erkennen von Stellenwerten [10], unvollständige Subtraktion [23], Bündeln [8.2] und Entbündeln [8.3]. Das heißt, es handelt sich, neben Rechenfähigkeiten, um Aufgaben zur Einsicht in den Zahlaufbau, was Verstehen von Zahlrelationen in mehrstelligen Zahlen (Hunderter, Zehner und Einer) erfordert. Unerwartet ist die

Tabelle 4: Zuteilung der Subtests zu zwei Ebenen des ZGV-Modells⁵

Ebene 2b: präzises Anzahlkonzept	Ebene 3: Größenrelationen	Rechnen
<ul style="list-style-type: none"> – Zählen in Schritten > 1 [1c] – Handelndes Zusammenfügen Einer/Zehnern [8.1] 	<ul style="list-style-type: none"> – Repräsentation Dezimalsystem mit Plättchen [9] – Additive Zerlegung [18] 	<ul style="list-style-type: none"> – Addition [20] – Unvollst. Addition [21] – Subtraktion [22]

⁴ In einer Publikation von Moser Opitz, Garrote & Ratz (2014) wurde bereits eine erste Zuteilung der Aufgaben des TEDI-MATH zum ZGV-Modell vorgenommen. Diese wird mit den hier vorliegenden Ausführungen spezifiziert bzw. anhand der Analysen mit den Daten der Gesamtstichprobe korrigiert.

⁵ Der Subtest zur Mengeninvarianz [16] wurde nicht dem Modell zugeordnet (siehe Text).

niedrige Lösungswahrscheinlichkeit des Subtests 10 zum Erkennen von Stellenwerten (Hunderter, Zehner und Einer in einer Zahl benennen). Mögliche Ursachen dafür werden im folgenden Diskussionskapitel besprochen.

Diskussion der Kompetenzen der Lernenden vor dem Hintergrund des ZGV-Modells

Die nach Lösungswahrscheinlichkeit geordneten Subtests bilden vier Bereiche, die sich weitgehend mit dem ZGV-Modell erklären lassen, wobei an einigen Stellen Diskussionsbedarf besteht.

Die Analysen zeigen, dass die Schülerinnen und Schüler mit dem FGE vor allem über Kompetenzen im Bereich der Basisfertigkeiten und des einfachen Zahlverständnisses verfügen, und zwar insbesondere über die unpräzise Größenrepräsentation. Aufgaben, die eine präzise Größenrepräsentation erfordern und insbesondere diejenigen, mit denen das Verständnis von Anzahlrelationen überprüft wird, weisen eine deutlich niedrigere Lösungswahrscheinlichkeit auf.

Auffallend ist, dass der Subtest Zahlen lesen [12] deutlich schwieriger ist als die anderen Subtests, die den Basisfertigkeiten zugeordnet sind, bzw. gleich schwierig ist, wie das Vergleichen von arabischen Zahlen [4] und von Zahlwörtern [7]; Kompetenzen, die zu Bereich 2 gehören. Dafür gibt es zwei Erklärungen. Erstens besteht sowohl bei den zwei zuletzt genannten Subtests und bei zwei Subtests im Bereich 1 (Entscheidung arabische Zahl [3] und Vergleich Punktmengen [27]) das Problem der hohen Ratenwahrscheinlichkeit. Zweitens erfordert das Zahlenlesen die aktive Benennung von Zahlen, während bei den anderen Aufgaben richtig/falsch-Entscheidungen getroffen werden mussten. Diese Faktoren könnten zur niedrigen Lösungswahrscheinlichkeit des Subtest Zahlen lesen [12] geführt haben.

Der Subtest zur Mengeninvarianz [16] wurde nicht dem Modell zugeordnet, da in der Aufgabenstellung eine Vermischung von visuellem Mengenvergleich und Zählkompe-

tenzen stattfindet (vgl. auch Baroody, 1987). Die Daten werden dennoch in die Analysen einbezogen, da die Aufgabe in Konzepten, die das pränumerische Arbeiten betonen, immer wieder auftaucht. Die Lösungswahrscheinlichkeit von 42% zeigt, dass die Einsicht in das Konzept der Mengeninvarianz deutlich schwieriger ist als viele spezifisch numerische Aufgaben. Didaktische Konzepte, die Mengeninvarianz als Voraussetzung zum Arbeiten mit Zahlen erachten (z.B. de Vries, 2014), sind vor diesem Hintergrund kritisch zu betrachten.

Unerwartet ist die niedrige Lösungswahrscheinlichkeit der Subtests zum flexiblen Zählen, zum rückwärts Zählen und zum Zählen in Schritten größer als eins [1b und 1c]. Das weist darauf hin, dass diese Kompetenz von den Lernenden im FGE nicht als „Vers“ erworben werden kann, sondern dass dazu eine präzise Größenrepräsentation notwendig zu sein scheint. Besonders einleuchtend ist das für das Zählen in Schritten: Erst wenn eine präzise Größenrepräsentation vorhanden ist, ist es auch möglich, in Schritten zu zählen.

Zum Bereich 3 ist kritisch anzumerken, dass es sich um einen „Mischbereich“ handelt, der Subtests zum präzisen Anzahlkonzept, zu den Größenrelationen und zum Rechnen enthält. Hier müsste insbesondere überprüft werden, welche Rolle die Verwendung von allfälligen Arbeitsmitteln (Bündel und Stäbchen) spielt. Es kann auch die Frage gestellt werden, warum bestimmte Rechenaufgaben (z.B. Addition und Subtraktion) besser gelöst wurden als Subtests, die das Zahlverständnis überprüfen. Das kann damit zusammenhängen, dass Aufgaben wie $2+2$, $4-2$ oder $5+0$ auch ohne Größenvorstellung gelöst und als „Vers“ memoriert werden können. Zudem ist nicht erfasst worden, ob die Aufgaben mit Hilfe von Zählstrategien gelöst worden sind. Auch hier müssten somit einerseits Anpassungen der Testaufgaben erfolgen und andererseits Abzählstrategien erfasst werden.

Nicht erstaunlich ist die hohe Schwierigkeit der Subtests im Bereich 4. Bündeln [8.2],

Entbündeln [8.3] und die unvollständige Subtraktion [23] erweisen sich auch bei Lernenden im Regelbereich als besonders anspruchsvoll (Moser Opitz, 2013). Unerwartet ist hingegen, dass sich das Erkennen von Einer-, Zehner- und Hunderterstelle als schwierig erweist. In unseren ersten Analysen (Moser Opitz, Garrote & Ratz, 2014) sind wir davon ausgegangen, dass diese Aufgabe auch mechanisch und ohne kardinales Verständnis gelöst werden kann („vorne die Zehner, hinten die Einer“). Für die Lernenden mit dem FGE scheint diese Interpretation nicht zuzutreffen. Dies könnte zum einen an den sprachlichen Anforderungen generell liegen (Begriffsverständnis), andererseits auch daran, dass die Begriffe Einer, Zehner und Hunderter im Unterricht nicht verwendet worden sind. Um hier genauere Informationen zu erhalten, wären weitere Untersuchungen nötig.

Gruppenvergleiche

In einem nächsten Schritt interessiert, ob sich zwischen Lernenden unterschiedlichen Alters Leistungsunterschiede zeigen. Aussagen über die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem FGE können nur mit einer Längsschnittstudie gemacht werden. Es kann hier somit nur überprüft werden, ob sich Leistungsunterschiede in den drei Altersgruppen zeigen. Da die Voraussetzung der Normalverteilung

und der Varianzhomogenität gravierend verletzt ist und zudem die Gruppe der Schülerinnen und Schüler mit leichter IB mehr als doppelt so groß ist als die Gruppe mit der mittelgradigen und schweren IB, werden nichtparametrische Verfahren eingesetzt. Wir führen die Berechnungen der Übersichtlichkeit halber auf der Ebene der vier beschriebenen Bereiche bzw. Subtestgruppen durch (Cronbachs Alpha Bereich 1 = .92 [35 Items], Bereich 2 = .95 [44 Items], Bereich 3 = .98 [46 Items], Bereich 4 = .94 [27 Items]). Tabelle 5 gibt einen Überblick über Mittelwerte und Standardabweichungen. Insgesamt zeigt sich eine große Leistungsheterogenität. Erwartungsgemäß ist die Varianz bei den anspruchsvolleren Bereichen am größten.

Auch wenn es sich hier nicht um einen Längsschnitt handelt, ist zwischen bestimmten Gruppen ein Leistungsanstieg in Abhängigkeit vom Alter in allen vier Bereichen erkennbar (Abbildung 3).

Die Altersgruppe 1 unterscheidet sich in allen Bereichen signifikant von der Altersgruppe 2 (Bereich 1: $U = 553.00$, $z = -2.36$, $p < .05$; Bereich 2: $U = 567.00$, $z = -2.21$, $p < .05$; Bereich 3: $U = 445.50$, $z = -3.38$, $p < .001$; Bereich 4: $U = 470.00$, $z = -3.21$, $p < .001$). Die Altersgruppen 1 und 3 unterscheiden sich ebenfalls in allen Bereichen (Bereich 1: $U = 252.00$, $z = -4.37$, $p < .001$; Bereich 2: $U = 332.50$, $z = -3.34$, $p < .001$; Bereich 3: $U = 270.00$, $z = -4.07$, $p < .001$).

Tabelle 5: Mittelwerte und Standardabweichungen der Lösungswahrscheinlichkeiten in den Bereichen 1 bis 4 getrennt nach Altersgruppen und Schweregrad der intellektuellen Beeinträchtigung

	Bereich 1		Bereich 2		Bereich 3		Bereich 4	
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD
Altersgruppen								
AG 1	.86	.16	.60	.25	.22	.26	.09	.12
AG 2	.91	.16	.73	.25	.49	.35	.30	.29
AG 3	.96	.11	.80	.27	.59	.34	.37	.31
IB								
Leichte	.93	.12	.76	.24	.49	.35	.29	.29
Mittelgradige und schwere	.84	.21	.52	.26	.19	.25	.08	.14

.001; Bereich 4: $U = 247.00$, $z = -4.38$, $p < .001$). Zwischen der Altersgruppe 2 und 3 zeigen sich nur im Bereich 1 signifikante Unterschiede ($U = 352.00$, $z = -2.52$, $p < .05$), bedingt durch deutlich unterschiedliche Mittelwerte bei den Subtests Vorwärts zählen [1a] und Zahlen lesen [12].

Die Leistungen der Lernenden wurden auch getrennt nach Schweregrad der Intelli-

genzbeeinträchtigung betrachtet. Dazu wurden die Lernenden mit einer mittelgradigen und schweren IB zusammengefasst ($n = 30$) und mit der Gruppe der Lernenden mit einer leichten IB ($n = 79$) verglichen.

Erwartungsgemäß zeigen sich zwischen den beiden Gruppen signifikante Leistungsunterschiede (Abbildung 4) und die Lernenden mit einer leichten IB erreichen, abgesehen

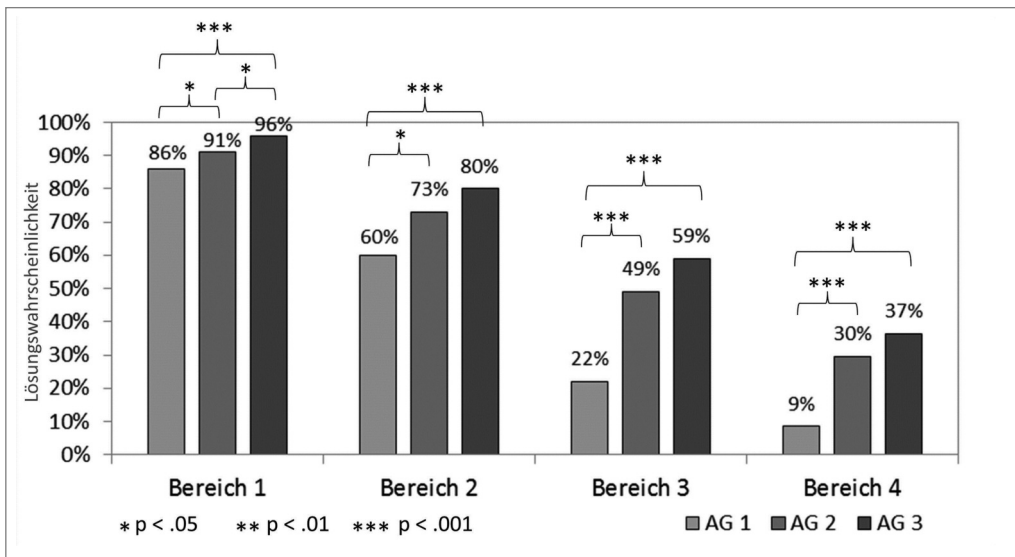


Abbildung 3: Leistungsprofil der drei Altersgruppen ($N = 109$) in den vier Subtest-Bereichen

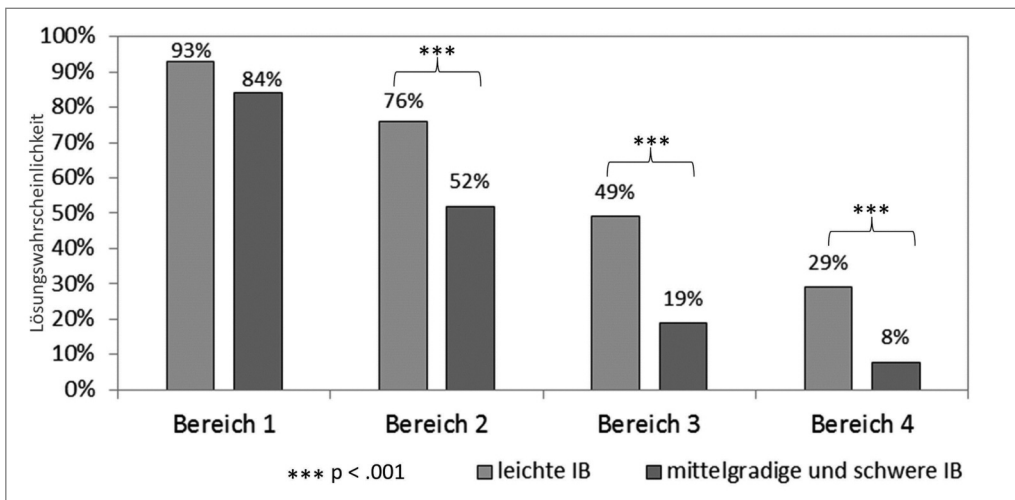


Abbildung 4: Leistungsprofil der Lernenden mit einer leichten und mittelgradigen bis schweren Intelligenzminderung ($N = 109$) in den vier Subtest-Bereichen

vom Bereich 1, überall signifikant höhere Leistungen als die Kinder und Jugendlichen mit einer mittelgradigen bis schweren IB (Bereich 2: $U = 568.00$, $z = -4.19$, $p < .001$; Bereich 3: $U = 611.50$, $z = -3.89$, $p < .001$; Bereich 4: $U = 638.00$, $z = -3.75$, $p < .001$).

Diskussion

In der hier vorgestellten Studie wurden die mathematischen Kompetenzen einer Stichprobe von Schülerinnen und Schüler mit dem FGE untersucht und unter Bezugnahme auf das ZGV-Modell von Krajewski und Ennemoser diskutiert. Da es keine Instrumente für die Erhebung von mathematischen Kompetenzen bei Lernenden mit dem FGE gibt, wurde der Test TEDI-MATH eingesetzt. Dieser differenziert erstens gut im unteren Leistungsbereich und erfasst zweitens ein breites Spektrum mathematischer Kompetenzen. Dies ist eine wichtige Voraussetzung für den Einsatz bei Schülerinnen und Schüler mit dem FGE. Allerdings erwies sich gerade diese inhaltliche „Breite“ bei den Analysen als hinderlich, da im Test Aufgaben im Zahlenraum bis 6000 gestellt werden. Erschwerend für die Analysen ist zudem die stark variierende Anzahl Items pro Subtest sowie die Möglichkeit zum Raten bei mehreren Subtests. Hier müssten im Rahmen einer Weiterentwicklung des Tests Anpassungen vorgenommen werden.

Da sich das präzise Anzahlkonzept zuerst im kleinen Zahlenraum entwickelt, wurde für die hier vorgenommenen Analysen bei den meisten Subtests nur der Zahlenraum bis 20 berücksichtigt. Dabei mussten aufgrund von inhaltlichen Überlegungen einzelne Items und Subtests aus dem Datensatz entfernt werden bzw. es erfolgte eine neue Subtesteinteilung. Das führte bei zwei der verwendeten Subtests zu unbefriedigenden Reliabilitätswerten.

Ausgehend von subtestbezogenen Lösungswahrscheinlichkeiten wurden auf dem Hintergrund des ZGV-Modells vier Bereiche gebildet und analysiert. Im Bereich 1, in dem

die untersuchte Stichprobe besonders hohe Fähigkeiten zeigt, handelt es sich um Basisfertigkeiten, die das visuelle Vergleichen von Anzahlen, das Erkennen von Zahlwörtern und Zahlen sowie das Lesen von Zahlen erfordern. Allerdings weisen zwei dieser Subtests eine unbefriedigende Reliabilität auf (Abzählen [2a] und Zahlwörter von anderen Wörtern unterscheiden [5]). Um zuverlässige Aussagen zu diesem Bereich der Basisfertigkeiten machen zu können, müsste somit eine Weiterentwicklung und Validierung der Aufgaben stattfinden.

Die Aufgaben im Bereich 2 (Lösungswahrscheinlichkeit 85% bis 59%) umfassen Aufgaben zum einfachen Zahlverständnis. Auch hier müsste aufgrund der niedrigen Reliabilität eines Subtests (Größenvergleich arabischer Zahlen [4]) und der hohen Ratenwahrscheinlichkeit von mehreren Subtests (4, 7, und 28) eine Anpassung der Testaufgaben vorgenommen werden. Ein deutlicher Unterschied zeigt sich zwischen den Aufgaben zum unpräzisen und präzisen Anzahlkonzept. Letztere weisen eine niedrigere Lösungswahrscheinlichkeit auf.

Der Bereich 3 setzt sich aus unterschiedlichen Aufgaben (präzises Anzahlkonzept, Größenrelationen und Rechnen) zusammen. Hier fällt insbesondere die niedrige Lösungswahrscheinlichkeit des Zählens in Schritten größer als eins auf. Interessant ist, dass insgesamt drei Aufgaben, die wichtig sind für die präzise Größenrepräsentation (rückwärts zählen und flexibel zählen, Zählen in Schritten größer als eins und Benennen von Einer- und Zehnerstelle), eine niedrige Lösungswahrscheinlichkeit aufweisen. Es handelt sich dabei um Kompetenzen, die auch ohne Einsicht ins präzise Anzahlkonzept gelöst werden können z.B. in dem die Zahlenfolge 10, 20, 30 ... 100 (Subtest 1c) als Vers auswendig gelernt wird oder die Begriffe Zehner und Einer mechanisch den Stellen zugewiesen werden. Die niedrige Lösungswahrscheinlichkeit der Subtests weist darauf hin, dass Schülerinnen und Schüler mit dem FGE dies scheinbar nicht oder nur vereinzelt tun. Gerade das Memorieren von Zahlenfolgen könnte mit Ein-

schränkungen bezüglich der Merkfähigkeit zusammenhängen.

Die Signifikanztests zeigen, dass die älteren Schülerinnen und Schüler der Gruppen 2 und 3 in allen Bereichen über höhere Kompetenzen verfügen als die Kinder in der Schuleingangsphase. Zwischen der Gruppe 2 und 3 zeigen sich hingegen nur im Bereich der Basisfertigkeiten signifikante Unterschiede. Für dieses (erwartungswidrige) Ergebnis gibt es Diskussionsbedarf. Unser Befund deckt sich mit der Studie von Ratz (2012), wo die Lehrkräfte für die Schülerinnen und Schüler der Hauptschulstufe höhere Zählkompetenzen als für diejenigen der Berufsschulstufe angaben. Das ist insofern besonders interessant, weil die Signifikanz bezüglich Bereich 1 durch Unterschiede bei Subtests zustande kommt, bei denen, wie in der Untersuchung von Ratz auch, Zahlen benannt werden müssen und somit sprachliche Aspekte (die korrekte Verwendung von Zahlwörtern) eine Rolle spielen. In vielen Subtests in den Bereichen 2 und 3 mussten nur Entscheidungen über richtig und falsch getroffen werden. Das weist auf zwei Aspekte hin, die für weitere Untersuchungen und insbesondere bei der Entwicklung von Diagnoseaufgaben berücksichtigt werden müssen: Zum einen müsste näher untersucht werden, ob bei Schülerinnen und Schülern mit dem FGE Unterschiede bestehen zwischen Aufgaben, die einen aktiven Umgang mit Zahlen erfordern (Zahlen benennen, ordnen usw.) und Aufgaben, bei denen dies nicht der Fall ist. Zum anderen müsste der Einfluss von Sprachkompetenzen auf den Umgang mit Zahlen und vor allem Zahlwörtern näher untersucht werden.

Da sich zwischen Gruppe 2 und 3 abgesehen vom Bereich 1 keine signifikanten Leistungsdifferenzen zeigen, stellt sich die Frage, ob es bei den Schülerinnen und Schülern mit dem FGE im Verlauf der Schulzeit zu einer Stagnation bezüglich der mathematischen Entwicklung kommt. Um diese Frage zu beantworten, müsste eine Längsschnittstudie durchgeführt werden.

Auch bezüglich des Schweregrads der IB zeigen sich Unterschiede zwischen den zwei

Gruppen leichte und mittelgradige bis schwere IB, allerdings nicht bezogen auf den Bereich 1. Das weist darauf hin, dass je nach intellektueller Beeinträchtigung unterschiedliche Zielsetzungen bezüglich der mathematischen Bildung gewichtet werden müssen.

Hinsichtlich einer Gesamteinschätzung der mathematischen Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern mit dem FGE zeigt sich, dass alle Gruppen (unabhängig vom Alter und vom Grad der hier berücksichtigten IB) über numerische Kompetenzen insbesondere auf der Ebene 1 (Basisfertigkeiten) im ZGV-Modell verfügen. Die klassische Invarianzaufgabe, die oft als Voraussetzung zum Arbeiten mit Zahlen betrachtet wird, ist deutlich schwieriger. Didaktische Konzepte, die das Arbeiten mit Zahlen zugunsten von pränumerischen Kompetenzen zurückstellen, sind demzufolge, und insbesondere auch auf dem Hintergrund der referierten Forschungsergebnisse, kritisch zu betrachten, da damit die bereits vorhandenen numerischen Kompetenzen der Lernenden nur ungenügend berücksichtigt werden.

Weiter lassen die Daten den Schluss zu, dass auch der Erwerb des einfachen Zahlverständnisses für viele Schülerinnen und Schüler mit einer leichten und mittelgradigen IB ein erreichbares Ziel darstellt. Hingegen erweisen sich Aufgaben, die Einsicht in Zahlrelationen oder Rechenkompetenzen erfordern, als deutlich schwieriger. Wie bereits bei Moser Opitz, Garrote und Ratz (2014) diskutiert worden ist, sind auf dem Hintergrund dieser Ergebnisse die häufig eingesetzten didaktischen Ansätze, die einseitig das Rechnen mit Abzählen an Arbeitsmitteln betonen, kritisch zu betrachten, da davon auszugehen ist, dass viele Schülerinnen und Schüler mit dem FGE nicht oder nur teilweise über die notwendigen Voraussetzungen für das Rechnen verfügen.

Die hier vorliegenden Daten zeigen, dass für viele Schülerinnen und Schüler mit dem FGE der Aufbau eines einfachen Zahlverständnisses angezeigt ist und somit Lernangebote wichtig sind, bei denen Zahlen und Anzahlen verknüpft werden müssen (vgl. Bran-

kaer et al., 2013). Dies ist gerade im Hinblick auf Kompetenzen, die hinsichtlich der Bewältigung von lebenspraktischen Anforderungen relevant sind (insbesondere für den Umgang mit Geld), besonders bedeutsam. Mit einer einseitigen Gewichtung des zählenden Bearbeitens von Rechenaufgaben ist die Erarbeitung der Verknüpfung von Zahlen und Zahlwörtern mit Anzahlen nicht gewährleistet, da der Fokus nur auf dem Zählen in Einer-Schritten liegt. Somit besteht die Gefahr, dass den Schülerinnen und Schülern der Erwerb zentraler mathematischer Kompetenzen vorenthalten wird. Notwendig sind somit spezifische Aktivitäten, welche die Lernenden unterstützen, Größenvorstellung, d.h. Kompetenzen zum einfachen Zahlverständnis, zu entwickeln. Im Hinblick auf den Umgang mit Geld sollte möglichst früh auch an einer unpräzisen Größenrepräsentation von großen Zahlen gearbeitet werden.

Abschließend sei noch auf Grenzen der Untersuchung hingewiesen: Bei der von uns untersuchten Stichprobe handelt es sich nicht um eine Abbildung der Gesamtgruppe der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE, sondern um solche mit leichter und mittelgradiger IB. Obwohl sich der Test TEDI-MATH grundsätzlich im FGE gut einsetzen lässt, haben die hier vorliegenden Analysen gezeigt, dass einige Testaufgaben angepasst werden müssten, insbesondere hinsichtlich sprachliche Anforderungen und dem Problem der Ratewahrscheinlichkeit.

Um Konzepte für die mathematische Bildung von Schülerinnen und Schülern mit dem FGE weiter zu entwickeln sind somit weitere Forschungsarbeiten und didaktische Überlegungen notwendig; Konzepte, die den Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler mit dem FGE Rechnung tragen und sie weder unterfordern noch überschätzen.

Literaturverzeichnis

Ansari, D., Donlan, C., Thomas, M. S., Ewing, S. A., Peen, T. & Karmiloff-Smith, A. (2003). What makes counting count? Ver-

bal and visuo-spatial contributions to typical and atypical number development. *Journal of Experimental Child Psychology*, 85 (1), 50-62.

Atkinson, R. (2006). *Numicon. Bilder – Ziffern – Worte. Kinderleichtes Rechnenlernen*. Troisdorf: Bildungsverlag eins.

Baroody, A.J. (1987). *Children's mathematical thinking. A developmental framework for preschool, primary and special education teachers*. New York: Teachers College Press.

Baroody, A. J. (1999). The development of basic counting, number and arithmetic knowledge among children classified as mentally handicapped. *International Review of Research in Mental Retardation*, 22, 51-103.

Bashah, L., Outhred, L. & Bochner, S. (2003). Counting skills and number concepts of students with moderate intellectual disability. *International Journal of Disability, Development and Education*, 50, 325-345.

Brankaer, C., Ghesquière, P. & Smedt, B. de (2011). Numerical magnitude processing in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, 32 (6), 2853-2859.

Brankaer, C., Ghesquière, P. & Smedt, B. de (2013). The development of numerical magnitude processing and its association with working memory in children with mild intellectual disabilities. *Research in Developmental Disabilities*, 34 (10), 3361-3371.

Caffrey, E. & Fuchs, D. (2007). Differences in performance between students with learning disabilities and mild mental retardation: Implications for categorical instruction. *Learning Disabilities and Practice*, 22 (2), 119-128.

Desoete, A., Ceulemans, A., Roeyers, H. & Huylebroeck, A. (2009). Subitizing or counting as possible screening variables for learning disabilities in mathematics education or learning? *Educational Research Review*, 4 (1), 55-66.

Ennemoser, M. & Krajewski, K. (2007). Effekte der Förderung des Teil-Ganzes-Verständnisses bei Erstklässlern mit schwachen Ma-

- thematikleistungen. *Vierteljahresschrift für Heilpädagogik und ihre Nachbargebiete*, 76, 228-240.
- Fritz, A. & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche*. München: Reinhardt.
- Fuson, K. (1988). *Children's Counting and Number Concept*. New York: Springer.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learning and Individual Differences*, 20, 82-88.
- Kaufmann, L., Nuerk, H.-C., Graf, M., Krinzinger, H., Delazer, M. & Willmes, K. (2009). *TEDI-MATH. Test zur Erfassung numerisch-rechnerischer Fertigkeiten vom Kindergarten bis zur 3. Klasse*. Bern: Huber.
- Kistler, A., Schneider, S. & Zeller, E. (2010). *Rechnen ohne Stolperstein* (2. Aufl.). Augsburg: Brigg Pädagogik.
- Krajewski, K. & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider & U. Trautwein (Hrsg.), *Diagnostik mathematischer Kompetenzen. Tests & Trends N.F.* 11 (S. 41-65). Göttingen [u.a.]: Hogrefe Verlag.
- Krajewski, K. & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties. Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19 (6), 513-526.
- Langhorst, P., Ehlert, A. & Fritz, A. (2012). Non-numerical and numerical understanding of the part-whole concept of children aged 4 to 8 in word problems. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 33, 233-262.
- Moser Opitz, E. (2008). *Zählen, Zahlbegriff, Rechnen. Theoretische Grundlagen und eine empirische Untersuchung zum mathematischen Erstunterricht in Sonderklassen*. 3. Aufl. Bern: Haupt.
- Moser Opitz, E. (2013). *Rechenschwäche – Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern*. 2. Aufl. Bern: Haupt.
- Moser Opitz, E., Garrote, A. & Ratz, C. (2014). Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung: Erste Ergebnisse einer Pilotstudie. *Sonderpädagogische Förderung heute*, 59 (1), 19-31.
- Murphy, M.M. (2009). A Review of mathematical learning disabilities in children with fragile X syndrome. *Developmental Abilities Research Reviews*, 15, 21-27.
- Ratz, C. (2012). Mathematische Fähigkeiten von Schülern mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung. In W. Dworschak, S. Kannewischer, C. Ratz & M. Wagner (Hrsg.), *Schülerschaft mit dem Förderschwerpunkt geistige Entwicklung (SFG)*. Eine empirische Studie (2. Aufl., S. 133-148). Oberhausen: ATHENA.
- Ratz, C. (2013). Do students with Down syndrome have a specific learning profile for reading? *Research in Developmental Disabilities*, 34 (12), 4504-4514.
- Rosenkranz, C. (1992). *Kieler Zahlenbilder. Ein Förderprogramm zum Aufbau des Zahlbegriffs für rechenschwache Kinder*. Kiel: Veris-Verl.
- Verein Hand in Hand. (2011). Yes, we can! Loeben, Austria. http://www.downsyndrom-yeswecan.eu/html/project_A.html (Abruf am 02.05.2014).
- Vries, C. de (2014). *Mathematik im Förderschwerpunkt Geistige Entwicklung. Grundlagen und Übungsvorschläge für Diagnostik und Förderung im Rahmen eines erweiterten Mathematikverständnisses*. Dortmund: Verl. Modernes Lernen.

Ariana Garrote

Universität Zürich Institut für
Erziehungswissenschaft
Lehrstuhl Sonderpädagogik Bildung und
Integration
Hirschengraben 48
CH-8001 Zürich
agarrote@ife.uzh.ch

Erstmalig eingereicht: 07.05.2014

Überarbeitung eingereicht: 25.09.2014

Angenommen: 13.10.2014